

# MATHÉMATIQUES DISCRÈTES (4)

## CRYPTOGRAPHIE “CLASSIQUE”

Michel Rigo

<http://www.discmath.ulg.ac.be/>

Année 2007–2008



## CRYPTOGRAPHIE. N. F.

Art d'écrire en chiffres ou d'une façon secrète quelconque.

Ensemble des principes, méthodes et techniques dont l'application assure le chiffrement et le déchiffrement des données, afin d'en préserver la confidentialité et l'authenticité.

## EXEMPLE

“Mon numéro de carte VISA est le 1234-3552-1209-7633”



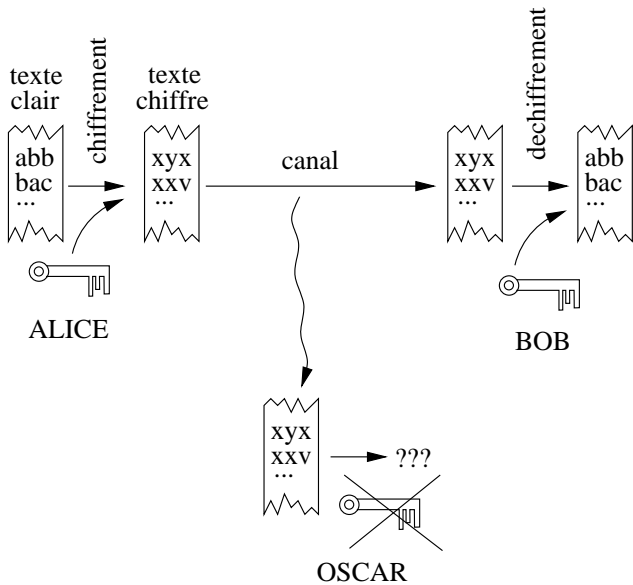
“XFHEBBCASKOIUUSBCKKQHDGGDDSJQQIEUEU”

## Applications

- ▶ Armée, gouvernement
- ▶ Banques, transactions bancaires, bancontact, ...
- ▶ Internet, paiement en ligne par carte de crédit, ...
- ▶ Vote électronique
- ▶ GSM (identification, code PIN)
- ▶ Télévision payante (à la carte)
- ▶ Signatures électroniques, recommandés électroniques, ...
- ▶ Mots de passe informatiques, ...

# LES PROTAGONISTES...





## DÉFINITION

**cryptosystème**  $(\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{K})$

- ▶  $\mathcal{P}$  est l'ensemble fini des **textes clairs** possibles (**plaintexts**),
- ▶  $\mathcal{C}$  est l'ensemble fini des **textes chiffrés** possibles (**ciphertexts**),
- ▶  $\mathcal{K}$  est l'ensemble fini des clés possibles, appelé parfois espace des clés (**keys**),
- ▶ Pour tout  $k \in \mathcal{K}$ , il existe une **fonction de chiffrement** (**encryption rule**)  $e_k$  t.q.

$$e_k : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{C} : t \mapsto e_k(t)$$

et  $\exists$  une **fonction de déchiffrement** (**decryption rule**)  $d_k$  t.q.

$$d_k : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{P} : t \mapsto d_k(t) \quad \text{et} \quad \forall t \in \mathcal{P}, d_k(e_k(t)) = t.$$

## REMARQUE

Pour permettre le déchiffrage, la fonction  $e_k$  doit bien évidemment être injective pour tout  $k \in \mathcal{K}$ .

# EXEMPLE : CHIFFREMENT PAR DÉCALAGE

## CHIFFREMENT PAR DÉCALAGE

$$\mathcal{P} = \mathcal{C} = \mathcal{K} = \mathbb{Z}_{26}. \forall k \in \{0, \dots, 25\},$$

$$e_k(x) = (x + k) \pmod{26} \quad \text{et} \quad d_k(y) = (y - k) \pmod{26}.$$

suite  $\mathbf{x} = x_1 x_2 \cdots x_\ell$ ,  $x_i \in \mathcal{P}$  chiffrée avec  $e_k$  ( $k \in \mathcal{K}$  choisi de commun accord entre A et B), A transmet

$$\mathbf{y} = e_k(x_1) e_k(x_2) \cdots e_k(x_\ell).$$

## ETAPE SOUVENT PRÉALABLE AU CHIFFREMENT

**Codage** = ensemble des conventions pour modifier le texte clair en un texte équivalent plus simple à traiter du point de vue cryptographique.



# EXEMPLE : CHIFFREMENT PAR DÉCALAGE

## CODAGE “STANDARD”

A veut transmettre le message “bonsoir”, chaque lettre est remplacée par sa position dans l’alphabet  $\Sigma = \{a, \dots, z\}$

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z		
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25		

“bonsoir” est *codé* en “ $x = 1, 14, 13, 18, 14, 8, 17$ ”.

**codage** : bijection entre l’alphabet  $\Sigma$  et  $\{0, \dots, 25\}$ .

**décodage** : application inverse

Ne pas confondre : **codage**  $\neq$  **chiffrement**.

# EXEMPLE : CHIFFREMENT PAR DÉCALAGE

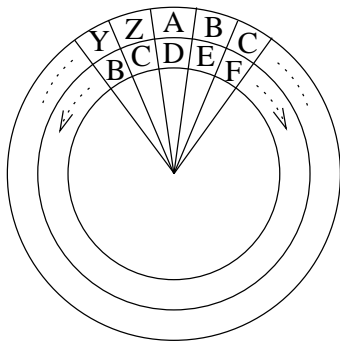
## FIN DE L'EXEMPLE...

Si la clé choisie est  $k = 3$  (Jules César), alors

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= e_3(1)e_3(14)e_3(13)e_3(18)e_3(14)e_3(8)e_3(17) \\ &= 4, 17, 16, 21, 17, 11, 20. \end{aligned}$$

“bonsoir”  $\longrightarrow$  “erqvrlu”.

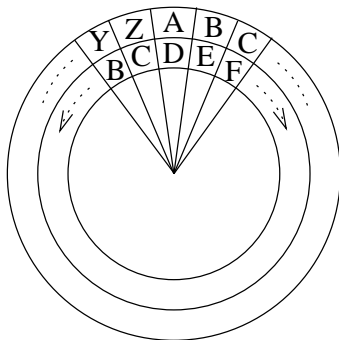
# EXEMPLE : CHIFFREMENT PAR DÉCALAGE



## REMARQUE

Cryptosystème peu sûr...

# EXEMPLE : CHIFFREMENT PAR DÉCALAGE



## REMARQUE

Cryptosystème peu sûr...

# EXEMPLE : CHIFFREMENT PAR DÉCALAGE



2001 : l'odyssée de l'espace, HAL

## DÉFINITION

**cryptanalyse**= ensemble des moyens et techniques mis en oeuvre pour retrouver le texte clair ou au moins une certaine information contenue dans celui-ci.

## HYPOTHÈSES DE TRAVAIL

Le **principe de Kerckhoff** suppose qu'Oscar connaît le cryptosystème utilisé.

La sécurité du système réside alors dans la protection de la clé  $k$  choisie par Alice et Bob.

Types d'attaque dont dispose Oscar (par difficulté ↓)

- ▶ **Texte chiffré connu** : Oscar connaît uniquement un fragment de texte chiffré  $y$ .
- ▶ **Texte clair connu** : Oscar connaît un texte clair  $x$  et le texte chiffré  $y$  correspondant.
- ▶ **Texte clair choisi** : Oscar a accès à une machine chiffrente. Il peut choisir un texte clair  $x$  et obtenir le texte chiffré  $y$  correspondant.
- ▶ **Fonction de chiffrement connue** : Oscar connaît précisément la fonction utilisée pour le chiffrement. Son but est alors de découvrir la fonction de déchiffrement. Situation typique des cryptosystèmes à clé publique.
- ▶ **Texte chiffré choisi** : Oscar a temporairement accès à une machine déchiffrente. Il peut choisir un texte chiffré  $y$  et obtenir le texte clair  $x$  correspondant.

# IMPLÉMENTATION

```
In[1]:= Characters["bonjour"]
```

```
Out[1]= {b, o, n, j, o, u, r}
```

```
In[2]:= StringJoin[{"a", "b", "c"}]
```

```
Out[2]= abc
```

```
In[3]:= Map[Sqrt[#] &, {4, 2, 9}]
```

```
Out[3]= {2,  $\sqrt{2}$ , 3}
```



# IMPLÉMENTATION

## code / decode

```
alphabet = {" ", "a", "b", "c", "d", "e", "f", "g", "h", "i", "j", "k", "l", "m", "n", "o",  
           "p", "q", "r", "s", "t", "u", "v", "w", "x", "y", "z", ",", ".", "'", ":", "?"};  
  
code[mot_] := Map[Position[alphabet, #][[1, 1]] - 1 &, Characters[mot]]  
  
texteclair = "le jour de ses onze ans, harry potter, un orphelin eleve par un  
             oncle et une tante qui le detestent, voit son existence bouleversee."  
  
codetxclair = code[texteclair]  
  
{12, 5, 0, 10, 15, 21, 18, 0, 4, 5, 0, 19, 5, 19, 0, 15, 14, 26, 5, 0, 1, 14, 19, 27, 0, 8, 1,  
 18, 18, 25, 0, 16, 15, 20, 20, 5, 18, 27, 0, 21, 14, 0, 15, 18, 16, 8, 5, 12, 9, 14, 0, 5,  
 12, 5, 22, 5, 0, 16, 1, 18, 0, 21, 14, 0, 15, 14, 3, 12, 5, 0, 5, 20, 0, 21, 14, 5, 0, 20, 1,  
 14, 20, 5, 0, 17, 21, 9, 0, 12, 5, 0, 4, 5, 20, 5, 19, 20, 5, 14, 20, 27, 0, 22, 15, 9, 20, 0,  
 19, 15, 14, 0, 5, 24, 9, 19, 20, 5, 14, 3, 5, 0, 2, 15, 21, 12, 5, 22, 5, 18, 19, 5, 5, 28}  
  
decode[liste_] := StringJoin[Table[alphabet[[liste[[i]] + 1]], {i, 1, Length[liste]}]]  
  
decode[codetxclair]  
  
le jour de ses onze ans, harry potter, un orphelin eleve par un  
oncle et une tante qui le detestent, voit son existence bouleversee.
```

# IMPLÉMENTATION

```
cesar[n_] := Mod[n + 3, 32]
```

```
codetxchiffre = cesar[codetxclair]
```

```
{15, 8, 3, 13, 18, 24, 21, 3, 7, 8, 3, 22, 8, 22, 3, 18, 17, 29, 8, 3, 4, 17,  
22, 30, 3, 11, 4, 21, 21, 28, 3, 19, 18, 23, 23, 8, 21, 30, 3, 24, 17, 3, 18,  
21, 19, 11, 8, 15, 12, 17, 3, 8, 15, 8, 25, 8, 3, 19, 4, 21, 3, 24, 17, 3, 18,  
17, 6, 15, 8, 3, 8, 23, 3, 24, 17, 8, 3, 23, 4, 17, 23, 8, 3, 20, 24, 12, 3, 15,  
8, 3, 7, 8, 23, 8, 22, 23, 8, 17, 23, 30, 3, 25, 18, 12, 23, 3, 22, 18, 17, 3,  
8, 27, 12, 22, 23, 8, 17, 6, 8, 3, 5, 18, 24, 15, 8, 25, 8, 21, 22, 8, 8, 31}
```

```
txchiffre = decode[codetxchiffre]
```

```
ohcmrxucghcvhvcrq'hcdqv:ckduu.csrwwhu:  
cxqcruskholqchohyhcsducxqcrqfohchwxcqhcdqwhctxlcohcghwhvwhqw:  
cyrlwcvrqch,lvwhqfhcerxohyhuvvh?
```

## Cryptanalyse ?

```
In[17]:= Count[{1, 2, 1, 1, 2}, 1]
```

```
Out[17]= 3
```

```
In[22]:= Count[Characters[texteclair], "e"]
```

```
Out[22]= 24
```

```
In[19]:= Map[Count[codetxclair, #] &, Table[i, {i, 0, 31}]]
```

```
Out[19]= {23, 4, 1, 2, 2, 24, 0, 0, 2, 4, 1, 0, 6, 0,  
          11, 8, 3, 1, 7, 7, 10, 6, 3, 0, 1, 1, 1, 3, 1, 0, 0, 0}
```

```
In[18]:= Map[Count[codetxchiffre, #] &, Table[i, {i, 0, 31}]]
```

```
Out[18]= {0, 0, 0, 23, 4, 1, 2, 2, 24, 0, 0, 2, 4, 1,  
          0, 6, 0, 11, 8, 3, 1, 7, 7, 10, 6, 3, 0, 1, 1, 1, 3, 1}
```

# FRÉQUENCE D'APPARITION

fréquences d'apparition des différentes lettres apparaissant dans les textes écrits en français.

lettre	%
e	15,87
a	9,42
i	8,41
s	7,90
t	7,26
n	7,15
r	6,46
u	6,24
l	5,34

## DÉFINITION

**Unité fondamentale** pour réaliser le codage d'une chaîne, non pas une lettre, mais **un bloc de  $m$  lettres consécutives**.

Un bloc  $t_1 \cdots t_m$  de  $m \geq 1$  entiers consécutifs  $< 32$ , représente un nombre  $n$  écrit en base 32 :

$$n = \sum_{j=1}^m t_j 32^{m-j}.$$

Bloc de longueur  $m$  représente un nombre  $0 \leq n \leq 32^m - 1$ .

$$\mathcal{P} = \mathcal{C} = \mathbb{Z}_{32^m} \text{ et non plus } \mathbb{Z}_{32}.$$

## REMARQUE

Utiliser un codage dans lequel on considère des blocs de  $m$  éléments **augmente la sécurité du cryptosystème**.

Sur notre exemple,  $\mathcal{K} = \mathbb{Z}_{32}$  passe à  $\mathcal{K} = \mathbb{Z}_{32^m}$ .

Puisque le nombre de clés augmente, une recherche exhaustive menée par Oscar prend beaucoup plus de temps si  $m = 5$ ,  $32^5 \simeq 33 \times 10^6$  et en testant 1000 clés/seconde, un peu plus de 9 heures pour parcourir l'espace des clés.

## REMARQUE

Si nous découpons le texte clair en tronçons de longueur  $m$ , il faudrait que ce texte soit de longueur divisible par  $m$ .

S'il ne l'était pas, on ajouterait au préalable des symboles à la fin du texte pour que sa longueur soit divisible par  $m$ .

## ATTENTION

Faille possible de sécurité !

# IMPLÉMENTATION

```
ajout[liste_, m_] := PadRight[liste, Length[liste] + Mod[-Length[liste], m]]
```

```
codetxclair = ajout[codetxclair, 5]
```

```
{12, 5, 0, 10, 15, 21, 18, 0, 4, 5, 0, 19, 5, 19, 0, 15, 14, 26, 5, 0, 1, 14,  
19, 27, 0, 8, 1, 18, 18, 25, 0, 16, 15, 20, 20, 5, 18, 27, 0, 21, 14, 0, 15, 18,  
16, 8, 5, 12, 9, 14, 0, 5, 12, 5, 22, 5, 0, 16, 1, 18, 0, 21, 14, 0, 15, 14, 3,  
12, 5, 0, 5, 20, 0, 21, 14, 5, 0, 20, 1, 14, 20, 5, 0, 17, 21, 9, 0, 12, 5, 0,  
4, 5, 20, 5, 19, 20, 5, 14, 20, 27, 0, 22, 15, 9, 20, 0, 19, 15, 14, 0, 5, 24,  
9, 19, 20, 5, 14, 3, 5, 0, 2, 15, 21, 12, 5, 22, 5, 18, 19, 5, 5, 28, 0, 0, 0}
```

```
codebloc[liste_, m_] := Map[FromDigits[#, 32] &, Partition[liste, m]]
```

```
codetxclair = codebloc[codetxclair, 5]
```

```
{12747087, 22610053, 628320, 16214176, 1527648, 8440409, 540308, 5860373, 1469601  
8565038, 176310, 5259314, 702479, 14790816, 5898926, 5263406, 21135925, 9449632,  
4378803, 21150363, 736564, 638400, 6039156, 5704864, 2610565, 23251557, 6160384}
```

```
decodebloc[liste_, m_] := decode[Flatten[Map[IntegerDigits[#, 32, m] &, liste]]]
```

```
decodebloc[codetxclair, 5]
```

le jour de ses onze ans, harry potter, un orphelin eleve par un  
oncle et une tante qui le detestent, voit son existence bouleversee.



# IMPLÉMENTATION

```
codetxchiffre = Mod[codetxclair + 12345678, 32^5]
```

```
{25092765, 1401299, 12973998, 28559854, 13873326, 20786087,  
12885986, 18206051, 27041694, 20910716, 12521988, 17604992, 13048157,  
27136494, 18244604, 17609084, 33481603, 21795310, 16724481, 33496041,  
13082242, 12984078, 18384834, 18050542, 14956243, 2042803, 18506062}
```

```
decodebloc[codetxchiffre, 5]
```

```
w'xt'ajxnslk' 'n,gronmglenszj'glig?bqkskcyyg.:s:ds.k:dpdpyhl lnfj'  
y.donqlx?.pylk.'x.ctydono:lpa?f?ilogtbllgxnqqa:bqf,onnhmvsaj'sqtxjn
```

```
decodebloc[Mod[codetxchiffre - 12345678, 32^5], 5]
```

```
le jour de ses onze ans, harry potter, un orphelin eleve par un  
oncle et une tante qui le detestent, voit son existence bouleversee.
```

# IMPLÉMENTATION

<code>code[mot]</code>	chaîne de longueur $n$ ↳ liste de $n$ éléments de $\mathbb{Z}_{32}$
<code>decode[liste]</code>	liste de $n$ éléments de $\mathbb{Z}_{32}$ ↳ chaîne de longueur $n$
<code>ajout[liste,m]</code>	liste quelconque ↳ liste de longueur divisible par $m$
<code>codebloc[liste,m]</code>	liste de $n.m$ éléments de $\mathbb{Z}_{32}$ ↳ liste de $n$ éléments de $\mathbb{Z}_{32^m}$
<code>decodebloc[liste,m]</code>	liste de $n$ éléments de $\mathbb{Z}_{32^m}$ ↳ chaîne de longueur $n.m$ .

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

## CHIFFREMENT PAR SUBSTITUTION

Si  $\mathcal{P} = \mathcal{C} = \mathbb{Z}_{32}$ , alors  $\mathcal{K}$  est l'ensemble des permutations de  $\{0, \dots, 31\}$ , i.e.,

$$\mathcal{K} = \{\nu \in \mathcal{S}_{32} \mid \nu : \mathbb{Z}_{32} \rightarrow \mathbb{Z}_{32} \text{ bijection}\}.$$

pour la clé  $k = \nu$ , on a

$$e_k(x) = \nu(x) \quad \text{et} \quad d_k(y) = \nu^{-1}(y).$$

## REMARQUE

Par rapport au chiffrement par décalage,  $\#\mathcal{K}$  est grand :  
 $32! \simeq 2,6 \times 10^{35}$ .

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

## CHIFFREMENT PAR SUBSTITUTION

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
e	:	d	k	,	l	p	n		q	x	f	s	z	.	u
p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	,	.	'	:	?
'	a	c	i	g	?	t	v	o	y	w	r	b	m	j	h

le jour de ses onze ans, harry potter, un orphelin eleve par un oncle et une tante qui le detestent, voit son existence bouleversee.

slexu ?ce,leilieu.wle :.i,e :ccye'ugglc,e ?.euc' lsq.elstle' :c  
e ?.eu.kslelge ?.leg :.glea ?qesle,lgligl.g,etuqgeiu.eloqigl.kl  
edu ?sltclillb

## CHIFFREMENT PAR SUBSTITUTION

Nombre de clés important, mais ce cryptosystème est cassé en effectuant une analyse des fréquences : rechercher les lettres apparaissant le plus souvent, mais aussi les couples ou les triplets.

Ce cryptosystème NE peut être considéré comme sûr.

Seul intérêt : cryptogrammes dans les livres de jeux.

## CHIFFREMENT AFFIN

$\mathcal{P} = \mathcal{C} = \mathbb{Z}_n$ . Soient  $a, b \in \mathbb{Z}_n$  avec  $\text{pgcd}(a, n) = 1$ .

$$\mathcal{K} = \{(a, b) \mid a \in \mathbb{Z}_n^*, b \in \mathbb{Z}_n\}$$

et pour une clé  $k = (a, b)$  choisie dans  $\mathcal{K}$ , on a

$$e_k(x) = ax + b \pmod{n} \quad \text{et} \quad d_k(y) = a^{-1}(y - b) \pmod{n}.$$

$a$  inversible pour que  $e_k$  soit injective.

Le nombre de clés est  $n\varphi(n)$ .

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

```
texteclair = "ving minutes plus tard, harry sortit  
du magasin de hiboux avec une grande cage a  
l'interieur de laquelle une magnifique chouette aux  
plumes blanches comme la neige dormait  
paisiblement." ;
```

$$k = (13, 8)$$

**decode[Mod[13 code[texteclair]+8, 32]]**

```
"f' :chq' :yli?hxdy?hlur.gpurrmh?krl'lh.yhqucu?'  
:h.ihp'bky hufiohy :ihcru :.ihoucihuhda' :lir'iy  
h.ihdueyiddihy :ihquc : 'v'eyihopkyillihuy hxdyqi  
?hbdu :opi?hokqqihduh :i'cih.krqu'lhxu'?'bdiqi :lt"
```

## REMARQUE

Cas particulier de chiffrement par substitution.

**cryptanalyse** : analyse statistique des fréquences d'apparition des lettres.

## MONOALPHABÉTIQUE VS. POLYALPHABÉTIQUE

Les chiffrements par décalage, par substitution et affins sont **monoalphabétiques**.

$e_k$  s'applique **à un seul élément** de  $\mathcal{P}$  à la fois (une lettre, un élément de  $\mathbb{Z}_{32}$ )

à chaque élément de  $\mathcal{P}$  est appliquée la **même fonction** de chiffrement.

Pour un **bloc de  $m$  symboles**, aussi un système monoalphabétique car  $\mathcal{P} = \mathbb{Z}_{32^m}$

Le chiffrement de Vigenère (Blaise de Vigenère, XVI<sup>e</sup> siècle) est **polyalphabétique** car il traite  $m$  symboles simultanément.



# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

## CHIFFREMENT DE VIGENÈRE

Il s'agit en quelque sorte de  $m$  chiffrements par décalage,  $\mathcal{P} = \mathcal{C} = \mathcal{K} = (\mathbb{Z}_{32})^m$ , si  $k = (k_1, \dots, k_m) \in (\mathbb{Z}_{32})^m$ , alors

$$e_k(x_1, \dots, x_m) = (x_1 + k_1, \dots, x_m + k_m) \pmod{32}$$

$$d_k(y_1, \dots, y_m) = (y_1 - k_1, \dots, y_m - k_m) \pmod{32}.$$

Pour chiffrer une suite de longueur  $rm + s$  de  $\mathbb{Z}_{32}$ ,  $0 \leq s < m$ ,

$$\mathbf{x} = x_1 \cdots x_m \mid \cdots \mid x_{(r-1)m+1} \cdots x_{rm} \mid x_{rm+1} \cdots x_{rm+s},$$

on calculera

$$\mathbf{y} = (x_1 + k_1) \cdots (x_m + k_m) \mid \cdots \mid (x_{(r-1)m+1} + k_1) \cdots (x_{rm} + k_m) \mid \\ (x_{rm+1} + k_1) \cdots (x_{rm+s} + k_s) \pmod{32}.$$

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

L'implémentation est très simple

```
In[2]:= PadRight[{1, 2}, 10, {5, 3, 7}]
```

```
Out[2]= {1, 2, 7, 5, 3, 7, 5, 3, 7, 5}
```

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

```
texteclair = "ving minutes plus tard,harry sortit du magasin de
             hiboux avec une grande cage a l'interieur de laquelle une magnifique
             chouette aux plumes blanches comme la neige dormait paisiblement.";

codetxclair = code[texteclair];

Shallow[codetxclair]

{22, 9, 14, 7, 0, 13, 9, 14, 21, 20, <<174>>}

vigenere[liste_, cle_] := Mod[liste + PadRight[cle, Length[liste], cle], 32]

codetxchiffre = vigenere[codetxclair, {10, 8, 20}]

{0, 17, 2, 17, 8, 1, 19, 22, 9, 30, 13, 7, 10, 24, 0, 31, 27, 20, 30, 9, 6, 14, 3, 28,
 26, 6, 3, 8, 7, 25, 26, 8, 19, 28, 20, 14, 29, 20, 23, 9, 27, 11, 27, 29, 24, 8, 24,
 15, 8, 28, 19, 10, 3, 31, 0, 20, 11, 30, 25, 13, 8, 9, 24, 13, 20, 17, 26, 21, 24, 12,
 25, 10, 11, 21, 17, 13, 20, 11, 8, 0, 7, 17, 2, 30, 13, 6, 19, 13, 9, 28, 8, 24, 15,
 8, 0, 11, 25, 9, 15, 20, 0, 15, 8, 9, 24, 13, 20, 23, 9, 27, 24, 17, 26, 19, 25, 9,
 15, 8, 23, 18, 23, 9, 15, 28, 8, 15, 8, 21, 31, 0, 20, 26, 20, 9, 23, 13, 7, 10, 10,
 0, 11, 22, 23, 18, 13, 7, 10, 11, 3, 23, 21, 25, 10, 20, 21, 10, 22, 25, 19, 15, 25,
 10, 12, 3, 28, 21, 21, 19, 28, 20, 26, 9, 29, 29, 17, 22, 22, 13, 1, 15, 22, 8, 6}

decode[codetxchiffre]

qbqhasvi:mgjx ?,t:ifnc.kzfcgyszhs.tn'twi,k,'xhxoh.sjc? tk:
ymhixmtqzuxlyjkuqmtkh gqb:mfsmi.hxoh kyiot ohixmtwi,xqzsyiohwrwio.
hohu? tztiwmgjj kwvrmgjkcwuyjtujvysoyjlc.uus.tzi''qvvmavohf
```

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

Pour le déchiffrement...

```
vigenere[codetxchiffre, -{10, 8, 20}]
```

```
{22, 9, 14, 7, 0, 13, 9, 14, 21, 20, 5, 19, 0, 16, 12, 21, 19, 0, 20, 1, 18, 4, 27, 8, 1,
25, 0, 19, 15, 18, 20, 9, 20, 0, 4, 21, 0, 13, 1, 7, 1, 19, 9, 14, 0, 4, 5, 0, 8, 9, 2,
21, 24, 0, 1, 22, 5, 3, 0, 21, 14, 5, 0, 7, 18, 1, 14, 4, 5, 0, 3, 1, 7, 5, 0, 1, 0, 12,
29, 9, 14, 20, 5, 18, 9, 5, 21, 18, 0, 4, 5, 0, 12, 1, 17, 21, 5, 12, 12, 5, 0, 21, 14,
5, 0, 13, 1, 7, 14, 9, 6, 9, 17, 21, 5, 0, 3, 8, 15, 21, 5, 20, 20, 5, 0, 1, 21, 24, 0,
16, 12, 21, 13, 5, 19, 0, 2, 12, 1, 14, 3, 8, 5, 19, 0, 3, 15, 13, 13, 5, 0, 12, 1, 0,
5, 9, 7, 5, 0, 4, 15, 18, 13, 1, 9, 20, 0, 16, 1, 9, 19, 9, 2, 12, 5, 13, 5, 14, 20, 28}
```

## REMARQUES

Dans le chiffrement de Vigenère, un même symbole peut être transformé en  $m$  symboles distincts suivant la position qu'occupe ce symbole dans un  $m$ -uple donné.

Cryptanalyse : test de Kasiski / indice de coïncidence

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

## CHIFFREMENT DE HILL, LESTER S. HILL (1929)

Cryptosystème polyalphabétique.  $\mathcal{P} = \mathcal{C} = (\mathbb{Z}_{32})^m$  et

$$\mathcal{K} = GL_m(\mathbb{Z}_{32}),$$

l'ensemble des matrices inversibles à coefficients dans  $\mathbb{Z}_{32}$ .

## PROPOSITION

Une matrice carrée  $A$  à coefficients dans  $\mathbb{Z}_n$  est inversible, i.e., il existe  $B$  tel  $AB = BA = I$ , SSI  $\det(A)$  est inversible dans  $\mathbb{Z}_n$ .

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

règle des mineurs :

$$A \widetilde{\text{cof}}(A) = \det A I = \widetilde{\text{cof}}(A) A$$

$\text{cof}(A)$  : matrice des cofacteurs (ou mineurs algébriques) de  $A$ .

$\Leftarrow$ . Si  $\det A$  est inversible, l'inverse de  $A$  est  $\widetilde{\text{cof}}(A)$ .

$\Rightarrow$ . Si  $A$  est inversible et d'inverse  $A^{-1}$ , alors

$$1 = \det(AA^{-1}) = \det A \det A^{-1}$$

ce qui montre que  $\det A$  est inversible.

## CHIFFREMENT DE HILL

Si  $k = (a_{ij}) \in GL_m(\mathbb{Z}_{32})$ ,

$e_k : \mathbb{Z}_{32}^m \rightarrow \mathbb{Z}_{32}^m : (x_1, \dots, x_m) \mapsto (y_1, \dots, y_m)$  est donné par

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}.$$

## CHIFFREMENT/DÉCHIFFREMENT

La matrice  $A$  détermine une *bijection*  $x \mapsto Ax$  de  $(\mathbb{Z}_n)^m$  dans lui-même SSI  $A$  *inversible*.

$\Leftarrow$  Si  $Ax = Ay$ , en multipliant par  $A^{-1}$  :  $x = y$  (injectif).

(surjectif)  $\forall y \in (\mathbb{Z}_n)^m$ ,  $x = A^{-1}y$  est tel que  $Ax = y$ .

$\Rightarrow x \mapsto Ax$  est surjectif, pour tout  $e_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , il existe un vecteur colonne  $C_i$  tel que  $AC_i = e_i$ . De là, la matrice dont les colonnes sont  $C_1, \dots, C_m$  est inverse de  $A$ .



# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

```
texteclair = "le phenix sur lequel a ete preleve la plume qui se trouve dans  
votre baguette a egalement fourni une autre plume a une autre baguette.";
```

```
codetxclair = ajout[code[texteclair], 2];
```

```
Shallow[codetxclair]
```

```
{12, 5, 0, 16, 8, 5, 14, 9, 24, 0, <<124>>}
```

```
a = {{5, 17}, {4, 21}};
```

```
MatrixForm[a]
```

$$\begin{pmatrix} 5 & 17 \\ 4 & 21 \end{pmatrix}$$

```
hill[a_, liste_] := Flatten[Map[Mod[a.#, 32] &, Partition[liste, Length[a]]]]
```

```
codetxchiffre = hill[a, codetxclair]
```

```
{17, 25, 16, 16, 29, 9, 31, 21, 24, 0, 4, 5, 26, 8, 17, 25, 26, 29, 5, 16, 17, 21,  
21, 9, 25, 25, 16, 16, 15, 17, 17, 25, 3, 1, 12, 28, 5, 4, 28, 28, 6, 5, 25, 20,  
26, 29, 13, 4, 20, 21, 20, 4, 25, 3, 31, 2, 25, 20, 5, 5, 9, 7, 22, 14, 31, 0, 15,  
17, 2, 10, 28, 23, 30, 29, 24, 20, 25, 20, 5, 4, 16, 7, 17, 0, 22, 5, 7, 26, 4, 16,  
29, 19, 27, 14, 31, 21, 5, 25, 27, 1, 17, 21, 29, 24, 15, 17, 16, 16, 1, 9, 22, 29,  
17, 21, 5, 25, 27, 1, 17, 21, 29, 24, 15, 17, 2, 10, 28, 23, 30, 29, 24, 20, 21, 0}
```

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

**Inverse[a, Modulus → 32]**

{{17, 3}, {12, 1}}

**hill[Inverse[a, Modulus → 32], codetxchiffre]**

{12, 5, 0, 16, 8, 5, 14, 9, 24, 0, 19, 21, 18, 0, 12, 5, 17, 21, 5, 12, 0, 1, 0, 5, 20, 5, 0,  
18, 5, 12, 5, 22, 5, 0, 12, 1, 0, 16, 12, 21, 13, 5, 0, 17, 21, 9, 0, 19, 5, 0, 20, 18, 15,  
21, 22, 5, 0, 4, 1, 14, 19, 0, 22, 15, 20, 18, 5, 0, 2, 1, 7, 21, 5, 20, 20, 5, 0, 1, 0, 5,  
7, 1, 12, 5, 13, 5, 14, 20, 0, 6, 15, 21, 18, 14, 9, 0, 21, 14, 5, 0, 1, 21, 20, 18, 5, 0,  
16, 12, 21, 13, 5, 0, 1, 0, 21, 14, 5, 0, 1, 21, 20, 18, 5, 0, 2, 1, 7, 21, 5, 20, 20, 5, 28}

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

Pour trouver cet inverse manuellement, on calcule  $\det A = 5$ , son inverse modulo 32 grâce à l'algorithme d'Euclide étendu,  $(\det A)^{-1} = 13$  et enfin, la matrice des cofacteurs transposée,

$$\widetilde{\text{cof}} A = \begin{pmatrix} 21 & -17 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

On trouve,

- ▶  $13 \cdot 21 = 273 \equiv 17 \pmod{32}$ ,
- ▶  $13 \cdot (-17) = -221 \equiv 3 \pmod{32}$ ,
- ▶  $13 \cdot (-4) = -52 \equiv 12 \pmod{32}$ ,
- ▶  $13 \cdot 5 = 65 \equiv 1 \pmod{32}$ .

## CRYPTANALYSE DU CHIFFREMENT

cas où un texte clair de longueur  $m^2$  est connu. Si Oscar connaît la valeur  $m = 2$ , le texte clair 12, 5, 0, 16 et le texte chiffré correspondant 17, 25, 16, 16, alors il en déduit que

$$A \underbrace{\begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 5 & 16 \end{pmatrix}}_B = \begin{pmatrix} 17 & 16 \\ 25 & 16 \end{pmatrix}.$$

Pas de chance B n'est pas inversible,  $\det(B) = 0$ .

Oscar doit construire une matrice inversible dont les colonnes correspondent à des couples de texte clair lorsque ce dernier est décomposé en  $m$ -uples consécutifs.

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

## CRYPTANALYSE DU CHIFFREMENT

On peut par exemple prendre pour premier couple  $(12, 5)$  correspondant au texte chiffré  $(17, 25)$  et comme second couple  $(19, 21)$  qui correspond à  $(4, 5)$

$$A \begin{pmatrix} 12 & 19 \\ 5 & 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 4 \\ 25 & 5 \end{pmatrix}.$$

Puisque

$$\det \begin{pmatrix} 12 & 19 \\ 5 & 21 \end{pmatrix} \equiv 29 \pmod{32}, \quad A = \begin{pmatrix} 17 & 4 \\ 25 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 & 19 \\ 5 & 21 \end{pmatrix}^{-1}$$

et Oscar retrouve  $A$ .

## CHIFFREMENT PAR PERMUTATION

Cas particulier du chiffrement de Hill, matrice pour le chiffrement : une **matrice de permutation**  $P$ .

Le chiffrement de Hill revient alors à permuter les lettres d'un même  $m$ -uple au moyen de la permutation définie par  $P$ .

# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

```
p = {{0, 1, 0}, {0, 0, 1}, {1, 0, 0}}
```

```
{{0, 1, 0}, {0, 0, 1}, {1, 0, 0}}
```

```
decode[hill[p, codetxclair]]
```

```
e lhépixnsu lrquel e eae trepevl le pauml qei ue srotveuda s  
notve ragbetue t eaalgmeet noufnirun aetru peuml aeun aetru beguatte
```

## CHIFFREMENT PAR FLOT, UN EXEMPLE

on génère une **suite de clés**  $\mathbf{z} = z_1 z_2 \dots$  utilisées successivement pour chiffrer une suite  $\mathbf{x} = x_1 x_2 \dots$ .

Soient  $\mathcal{P} = \mathcal{C} = \mathcal{K} = \mathbb{Z}_{32}$ . Pour chiffrer

$$\mathbf{x} = x_1 x_2 x_3 \dots, \quad \forall i \geq 1, x_i \in \mathcal{P}$$

avec une clé  $k$  fixée initialement, on procède comme suit :

$$\mathbf{y} = (x_1 + k)(x_2 + x_1)(x_3 + x_2) \dots \pmod{32}.$$

Revient à ajouter à la suite  $\mathbf{x}$ , la suite décalée d'une unité vers la droite.



# QUELQUES CRYPTOSYSTÈMES CLASSIQUES

```
texteclair = "essayer un chapeau valait beaucoup mieux que d'être obligé de jeter un  
sort,mais il aurait prefere ne pas avoir a le faire devant tout le monde.";
```

```
codetxclair = code[texteclair]
```

```
{5, 19, 19, 1, 25, 5, 18, 0, 21, 14, 0, 3, 8, 1, 16, 5, 1, 21, 0, 22, 1, 12, 1, 9,  
20, 0, 2, 5, 1, 21, 3, 15, 21, 16, 0, 13, 9, 5, 21, 24, 0, 17, 21, 5, 0, 4, 29, 5,  
20, 18, 5, 0, 15, 2, 12, 9, 7, 5, 0, 4, 5, 0, 10, 5, 20, 5, 18, 0, 21, 14, 0, 19,  
15, 18, 20, 27, 13, 1, 9, 19, 0, 9, 12, 0, 1, 21, 18, 1, 9, 20, 0, 16, 18, 5, 6, 5,  
18, 5, 0, 14, 5, 0, 16, 1, 19, 0, 1, 22, 15, 9, 18, 0, 1, 0, 12, 5, 0, 6, 1, 9, 18,  
5, 0, 4, 5, 22, 1, 14, 20, 0, 20, 15, 21, 20, 0, 12, 5, 0, 13, 15, 14, 4, 5, 28}
```

```
flot[liste_, k_] := Mod[Drop[Prepend[liste, k], -1] + liste, 32]
```

```
flot[codetxclair, 5]
```

```
{10, 24, 6, 20, 26, 30, 23, 18, 21, 3, 14, 3, 11, 9, 17, 21, 6, 22, 21, 22, 23, 13, 13, 10,  
29, 20, 2, 7, 6, 22, 24, 18, 4, 5, 16, 13, 22, 14, 26, 13, 24, 17, 6, 26, 5, 4, 1, 2,  
25, 6, 23, 5, 15, 17, 14, 21, 16, 12, 5, 4, 9, 5, 10, 15, 25, 25, 23, 18, 21, 3, 14, 19,  
2, 1, 6, 15, 8, 14, 10, 28, 19, 9, 21, 12, 1, 22, 7, 19, 10, 29, 20, 16, 2, 23, 11, 11,  
23, 23, 5, 14, 19, 5, 16, 17, 20, 19, 1, 23, 5, 24, 27, 18, 1, 1, 12, 17, 5, 6, 7, 10,  
27, 23, 5, 4, 9, 27, 23, 15, 2, 20, 20, 3, 4, 9, 20, 12, 17, 5, 13, 28, 29, 18, 9, 1}
```

```
decode[%]
```

```
jxftz:wrucnckiufvuvwmnj'tbgfvxrdepvmvzmxqfzedabyfweoqnuplediejoyywrucnsbafohnj.  
siulavgsj'tpbwkkwensepqttsawex,raalqefgj,wedi,wobttcditlqem.'ria
```

## DÉFINITION

**chiffrement par flot** :  $(\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{K}, \mathcal{L}, \mathcal{F})$

- ▶  $\mathcal{L}$  ensemble fini : **alphabet du flot de clés**,
- ▶  $\mathcal{F}$  suite de fonctions  $(f_n)_{n \geq 1}$  : **générateur du flot de clés** t.q.

$$\forall n \geq 1, \quad f_n : \mathcal{K} \times \mathcal{P}^{n-1} \rightarrow \mathcal{L},$$

- ▶  $\forall z \in \mathcal{L}, \exists e_z : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{C}$  et  $d_z : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{P}$  t.q.  $d_z(e_z(x)) = x, \forall x$

A une suite  $\mathbf{x} = x_1 x_2 x_3 \dots$  d'éléments de  $\mathcal{P}$  et à une clé  $k \in \mathcal{K}$ , correspond une unique suite de fonctions  $\mathcal{F} = (f_1, f_2, f_3, \dots)$ .

Chaque  $f_n$  donne un  $z_n \in \mathcal{L}$  et à ce  $z_n$ , il correspond  $e_{z_n}$  et  $d_{z_n}$ .

Le chiffrement de  $\mathbf{x}$  est  $e_{z_1}(x_1)e_{z_2}(x_2)e_{z_3}(x_3)\dots$

## POUR NOTRE EXEMPLE

$e_{z_1}(x_1) = x_1 + k \pmod{32}$  et

pour  $n > 1$ ,  $e_{z_n}(x_n) = x_n + x_{n-1} \pmod{32}$ .

cas très particulier de chiffrement par flot.

En toute généralité, un chiffrement par flot admet plus de souplesse.

## DEFINITION

Un chiffrement en chaîne est dit **synchrone** si la suite de clés  $(z_n)_{n \geq 1}$  est indépendante du texte clair.

Un chiffrement est dit **(ultimement) périodique** si la suite  $(z_n)_{n \geq 1}$  est (ultimement) périodique, i.e., s'il existe  $N, p \geq 1$  tels que  $z_n = z_{n+p}$  pour tout  $n \geq N$ .

Tous les chiffrements rencontrés jusqu'à présent sont à **clé secrète** (ou privée), i.e., la sécurité du système réside dans la **non-divulgateion de la clé  $k \in \mathcal{K}$**  choisie.

Les systèmes rencontrés sont aisément cryptanalysés.

**DES** : cryptosystème à clé secrète considéré jusqu'il y a peu comme sûr

**Data Encryption Standard** développé initialement par IBM (1977) comme une variante de LUCIFER.

Les cryptosystèmes à clé secrète (décalage, substitution, Hill, Vigenère) sont **idempotents** : *composer successivement deux cryptosystèmes du même type est encore un chiffrement de même type*

⇒ **aucun intérêt à l'itérer**

**DES n'est pas idempotent** (on le construit sur le produit de deux systèmes qui ne commutent pas).

⇒ La sécurité est augmentée en l'itérant. Ici, **16x**

## CLÉ DE 64 BITS

suite aléatoire  $s$  de 56 bits,  $s = s_1 \cdots s_{56} \in \{0, 1\}^{56}$ .

On définit une suite de 64 bits  $k = k_1 \cdots k_{64}$  t.q.

$$k_1, \dots, k_7, k_9, \dots, k_{15}, \dots, k_{57}, \dots, k_{63} = s_1, \dots, s_{56}$$

et

$$\forall j \in \{0, \dots, 7\}, \quad \sum_{i=1}^8 k_{j8+i} \equiv 1 \pmod{2}.$$

Cette condition stipule simplement que la somme de 8 bits consécutifs est toujours impaire (détecter une erreur dans le stockage ou le transfert, **bit de parité**).

Ces 8 bits ajoutés aux 56 bits de départ ne jouent pas de rôle dans la suite.

On considère un **texte clair de 64 bits**  $\mathbf{x} = x_1 \cdots x_{64} \in \{0, 1\}^{64}$ .  
On lui applique une permutation  $\nu$  de  $\{1, \dots, 64\}$  :

58	50	42	34	26	18	10	2	60	52	44	36	28	20	12	4
62	54	46	38	30	22	14	6	64	56	48	40	32	24	16	8
57	49	41	33	25	17	9	1	59	51	43	35	27	19	11	3
61	53	45	37	29	21	13	5	63	55	47	39	31	23	15	7

Ainsi, on considère  $\nu(\mathbf{x}) = x_{\nu(1)} \cdots x_{\nu(64)} = x_{58} x_{50} \cdots x_7$ .  
Ce mot  $\nu(\mathbf{x})$  est divisé en deux mots de longueur 32,

$$\nu(\mathbf{x}) = L_0 R_0 = (x_{\nu(1)} \cdots x_{\nu(32)}) (x_{\nu(33)} \cdots x_{\nu(64)}).$$

Connaissant  $L_n$  et  $R_n$  ( $n \geq 0$ ), on calcule  $L_{n+1}$  et  $R_{n+1}$

$$L_{n+1} = R_n \quad (1)$$

$$R_{n+1} = L_n \oplus f(R_n, K_{n+1}) \quad (2)$$

où  $\oplus$  représente le “ou-exclusif”,

$x$	$y$	$x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Jusqu'à obtenir le mot  $L_{16}R_{16}$ .

Le chiffrement de  $\mathbf{x}$  est  $\mathbf{y} = \nu^{-1}(L_{16}R_{16})$ . On dit qu'on applique le DES en seize tours.



Comment obtenir les clés  $K_1, \dots, K_{16}$  (processus de diversification des clés) et la fonction  $f$ .

On définit d'abord  $K_0$ . On l'obtient à partir de  $k$  en sélectionnant dans l'ordre les bits (on ne prend pas en compte ici les bits de parité  $k_{j8}, j = 1, \dots, 8$ ) de  $k$  en suivant la permutation

57	49	41	33	25	17	9	1	58	50	42	34	26	18
10	2	59	51	43	35	27	19	11	3	60	52	44	36

pour former une chaîne de longueur 28 :  $C_0 = k_{57} k_{49} \dots k_{44} k_{36}$   
et aussi la permutation

63	55	47	39	31	23	15	7	62	54	46	38	30	22
14	6	61	53	45	37	29	21	13	5	28	20	12	4

pour former une 2ème chaîne de longueur 28 :

$D_0 = k_{63} k_{55} \dots k_{12} k_4$ . Ainsi,  $K_0 = C_0 D_0$ .

# DES - AES

Pour construire  $K_{n+1}$ ,  $n \geq 0$ , on procède en deux étapes.  
Disposant de  $C_n$  et  $D_n$ , on construit  $C_{n+1}$  et  $D_{n+1}$  en effectuant une permutation circulaire d'une ou de deux unités vers la gauche sur  $C_n$  et  $D_n$  de la manière suivante

$n + 1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
# permut.	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1

$$C_1 = k_{49} k_{41} \cdots k_{44} k_{36} k_{57}, \quad C_2 = k_{41} \cdots k_{44} k_{36} k_{57} k_{49}, \dots$$

$$D_1 = k_{55} k_{47} \cdots k_{12} k_4 k_{63}, \quad D_2 = k_{47} \cdots k_{12} k_4 k_{63} k_{55}, \dots$$

On obtient  $K_n$  en sélectionnant 48 des 56 bits de  $C_n D_n$  dans l'ordre suivant

14	17	11	24	1	5	3	28	15	6	21	10
23	19	12	4	26	8	16	7	27	20	13	2
41	52	31	37	47	55	30	40	51	45	33	48
44	49	39	56	34	53	46	42	50	36	29	32

Passons à la définition de  $f$  qui prend comme argument un bloc  $R_n$  de 32 bits et une clé  $K_{n+1}$  de 48 bits pour produire un bloc de 32 bits.

On remplace  $R_n$  par un bloc  $R'_n$  de 48 bits en recopiant certains des bits de  $R_n$  plusieurs fois de la manière suivante (on parle de l'expansion de  $R_n$ )

32	1	2	3	4	5
4	5	6	7	8	9
8	9	10	11	12	13
12	13	14	15	16	17
16	17	18	19	20	21
20	21	22	23	24	25
24	25	26	27	28	29
28	29	30	31	32	1

Ainsi, si  $R_n$  est de la forme  $r_1 r_2 \cdots r_{32}$ , on obtient la suite

$$R'_n = r_{32} r_1 r_2 r_3 r_4 r_5 r_4 r_5 \cdots r_{31} r_{32} r_1.$$

On additionne à présent bit à bit  $R'_n$  et  $K_{n+1}$  modulo 2 pour obtenir  $B$  et cette suite est alors découpée en 8 blocs de 6 bits, i.e.,

$$B = R'_n \oplus K_{n+1} = \underbrace{b_1 \cdots b_6}_{B_1} \underbrace{b_7 \cdots b_{12}}_{B_2} \cdots \underbrace{b_{43} \cdots b_{48}}_{B_8}.$$

Transformer chacun des 8 blocs en 8 nouveaux blocs  $B'_i$  de longueur 4. La valeur de la fonction  $f$  est une permutation de  $B'_1 \cdots B'_8$  qui est bien de longueur 32 :  $\mu(B'_1 \cdots B'_8)$ ..  
La transformation de  $B_i$  en  $B'_i$  est réalisée par une table  $S_i$ .

$$S_1 :$$

14	4	13	1	2	15	11	8	3	10	6	12	5	9	0	7
0	15	7	4	14	2	13	1	10	6	12	11	9	5	3	8
4	1	14	8	13	6	2	11	15	12	9	7	3	10	5	0
15	12	8	2	4	9	1	7	5	11	3	14	10	0	6	13

On l'utilise pour calculer  $B'_1$  à partir de  $B_1 = b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 b_6$ . Le mot  $b_1 b_6$  (resp.  $b_2 b_3 b_4 b_5$ ) représente un entier  $0 \leq x \leq 3$  (resp.  $0 \leq y \leq 15$ ) écrit en base 2. Dans le tableau  $S_1$ , on considère l'élément  $(S_1)_{x,y}$  se trouvant à la ligne  $x$  et à la colonne  $y$ . La représentation binaire de  $(S_1)_{x,y}$  (éventuellement complétée par des zéros de tête pour obtenir un mot de longueur 4) est alors  $B'_1$ . On procède de manière semblable pour  $B'_2, \dots, B'_8$  avec les tables données ci-après. La dernière table reprend la permutation  $\mu$ .

## EXEMPLE

Soit  $B_1 = 100101$ . Le mot  $b_1 b_6 = 11$  (resp.  $b_2 b_3 b_4 b_5 = 0010$ ) correspond à  $x = 3$  (resp.  $y = 2$ ). Dans la table  $S_1$ , cela correspond<sup>1</sup> à l'élément 8 dont la représentation binaire est 0100 qui est  $B'_1$ .

---

<sup>1</sup>Les lignes sont numérotées de 0 à 3 et les colonnes de 0 à 15.

Les tables S sont appelées **S-boxes** (ou **substitution-boxes**) : composantes non linéaires du cryptosystème. Aucune des boîtes n'est une fonction linéaire ou affine.

**Avantage certain** : rapidité. Implémentation réalisée de manière efficace logiciellement ou physiquement sur des circuits électroniques élémentaires à faible coût (exemple, placés sur une carte de crédit).

**Critique principale** : espace des clés de taille  $2^{56} \simeq 7,2 \times 10^{16}$  jugée trop petite. En effet, en 1993, on estimait pouvoir construire une puce capable de tester  $5 \times 10^7$  clés par seconde pour un coût proche de 8 euros. Ainsi, en regroupant un grand nombre de telles puces, on pourrait trouver la clé secrète en quelques heures.

# DES - AES

$S_2$  :

15	1	8	14	6	11	3	4	9	7	2	13	12	0	5	10
3	13	4	7	15	2	8	14	12	0	1	10	6	9	11	5
0	14	7	11	10	4	13	1	5	8	12	6	9	3	2	15
13	8	10	1	3	15	4	2	11	6	7	12	0	5	14	9

$S_3$  :

10	0	9	14	6	3	15	5	1	13	12	7	11	4	2	8
13	7	0	9	3	4	6	10	2	8	5	14	12	11	15	1
13	6	4	9	8	15	3	0	11	1	2	12	5	10	14	7
1	10	13	0	6	9	8	7	4	15	14	3	11	5	2	12

$S_4$  :

7	13	14	3	0	6	9	10	1	2	8	5	11	12	4	15
13	8	11	5	6	15	0	3	4	7	2	12	1	10	14	9
10	6	9	0	12	11	7	13	15	1	3	14	5	2	8	4
3	15	0	6	10	1	13	8	9	4	5	11	12	7	2	14

$S_5$  :

2	12	4	1	7	10	11	6	8	5	3	15	13	0	14	9
14	11	2	12	4	7	13	1	5	0	15	10	3	9	8	6
4	2	1	11	10	13	7	8	15	9	12	5	6	3	0	14
11	8	12	7	1	14	2	13	6	15	0	9	10	4	5	3



# DES - AES

$S_6$  :

12	1	10	15	9	2	6	8	0	13	3	4	14	7	5	11
10	15	4	2	7	12	9	5	6	1	13	14	0	11	3	8
9	14	15	5	2	8	12	3	7	0	4	10	1	13	11	6
4	3	2	12	9	5	15	10	11	14	1	7	6	0	8	13

$S_7$  :

4	11	2	14	15	0	8	13	3	12	9	7	5	10	6	1
13	0	11	7	4	9	1	10	14	3	5	12	2	15	8	6
1	4	11	13	12	3	7	14	10	15	6	8	0	5	9	2
6	11	13	8	1	4	10	7	9	5	0	15	14	2	3	12

$S_8$  :

13	2	8	4	6	15	11	1	10	9	3	14	5	0	12	7
1	15	13	8	10	3	7	4	12	5	6	11	0	14	9	2
7	11	4	1	9	12	14	2	0	6	10	13	15	3	5	8
2	1	14	7	4	10	8	13	15	12	9	0	3	5	6	11

$\mu$  :

16	7	20	21	29	12	28	17	1	15	23	26	5	18	31	10
2	8	24	14	32	27	3	9	19	13	30	6	22	11	4	25

Depuis juin 2001, DES a été officiellement remplacé par l'AES (**Advanced Encryption Standard**) dont l'algorithme cryptographique *Rijndael* est d'origine belge (Joan Daemen, Vincent Rijmen)

La sélection de cet l'algorithme a été réalisée par un concours initié par le *National Institute of Standards and Technology* (NIST).

Pour palier à l'insécurité grandissante de DES, on a parfois recours à un **triple DES**.

# HISTORIQUE, LA MACHINE ENIGMA



FIN  
de la  
cryptographie  
à clé secrète