Théorie des graphes Année 2018–2019, `http://www.discmath.ulg.ac.be`

Pour la liste de questions reprise ci-dessous, sauf mention explicite, les étudiants doivent connaître les preuves correspondantes. Il est attendu que les étudiants connaissent les définitions des différents concepts vus au cours et les énoncés de **tous** les résultats, i.e., même ceux qui ne figurent pas explicitement dans la liste. Ceux-ci peuvent intervenir dans les exercices et des définitions ou énoncés peuvent être demandés à l'écrit.

liste des questions pour les étudiants ne présentant pas de projet

(1) Recherche d'un chemin de coût minimum: décrire, appliquer l'algorithme de Dijkstra (sans preuve).
(2) Graphes et chemins eulériens (cas non orienté et orienté). Critère, obtention d'un circuit eulérien.
(3) Composantes connexes (définition, cas non orienté et orienté, graphe acyclique des composantes), détermination de la connexité/des composantes connexes (algo. tache d'huile, clôture de succ et pred), cas où la f. connexité est équivalente à la s. connexité.
(4) Arête de coupure, coupe, algorithme de Fleury (sans preuve), caractérisation des arêtes de coupure.
(5) Graphes orientés sans circuit et tri topologique (les différents lemmes et propositions). Les algorithmes pourront être succintement présentés (idées principales). Discussion de l'unicité du tri topologique.
(6) Relation entre le nombre de sommets et d'arêtes dans un arbre, sous-arbre couvrant (définition, existence, obtention).
(7) Parcours d'arbres, homomorphismes, liens entre homomorphisme et coloriage, isomorphismes de graphes et l'exemple des arbres lexicographiques "réguliers" définissant un ensemble de mots.
(8) Condition nécessaire pour qu'un graphe soit hamiltonien (nombre de composantes connexes).
(9) Théorème de Dirac.
(10) Théorème d'Ore et ses corollaires.
(11) Théorème de Chvátal.
(12) Partition de K_n en circuits hamiltoniens.
(13) Matrice d'adjacence, propriétés des coefficients du polynôme caractéristique d'un graphe et calcul du nombre de chemins de longueur n dans un graphe.
(14) Caractérisation d'un graphe biparti par son spectre (condition nécessaire et suffisante).
(15) Google et l'algortihme de PageRank.
(16) Enoncés des thm. de Perron et Perron–Frobenius, énoncé du comportement asymptotique de A^n quand A est primitive, définition de la notion de période d'un sommet : prouver que tous les sommets d'une composante ont même période.
(17) Graphes planaires, définitions, choix de la face infinie et formule d'Euler.
(18) Existence d'un sommet de degré ≤ 5 dans un graphe simple et planaire, non planarité de K_5 et $K_{3,3}$.
(19) Théorème des cinq couleurs.
(20) Nombres de Ramsey.

Liste des principaux “thèmes” développés pour les étudiants ayant choisi le projet et passant uniquement l’écrit

Rappel de l’engagement pédagogique (engagement complet en ligne) :

Un examen écrit à livre fermé est organisé. Lors de cet examen, l’étudiant doit pouvoir **énoncer et exploiter les définitions et résultats vus au cours**. *Cet examen comprendra également la résolution de plusieurs exercices se rapportant à l’ensemble de la matière vue au cours et aux séances de répétition.*

La matière exacte vue cette année 2018–2019 est disponible sur
`http://www.discmath.ulg.ac.be/journal.html`

Ainsi, à titre d’exemple, l’étudiant doit être capable de

- rechercher un chemin de coût minimum, en appliquant l’algorithme de Dijkstra.
- définir, reconnaître, des graphes et chemins eulériens (cas non orienté et orienté), la preuve vue au cours fournit un algorithme de recherche
- définir et rechercher des composantes connexes (définition, cas non orienté et orienté, graphe acyclique des composantes), détermination de la connexité/des composantes connexes (algo. tache d’huile, clôture de succ et pred), cas où la f. connexité est équivalente à la s. connexité.
- savoir ce qu’est une arête de coupure, coupe, appliquer l’algorithme de Fleury, exploiter la caractérisation des arêtes de coupure.
- définir et rechercher un tri topologique (les différents lemmes et propositions doivent être mobilisables).
- exploiter la relation entre le nombre de sommets et d’arêtes dans un arbre, sous-arbre couvrant (définition, existence, obtention).
- déterminer des parcours d’arbres, des homomorphismes ou isomorphismes de graphes
- définir, reconnaître si un graphe est hamiltonien (conditions nécessaires ou suffisantes).
- exploiter la matrice d’adjacence d’un graphe
- définition d’une matrice primitive, irréductible, utiliser le thm. de Perron–Frobenius et son corollaire sur le comportement de A^n (nombre de chemins de longueur n si le graphe a plusieurs composantes primitives)
- définir et calculer la période d’une matrice irréductible, utiliser le théorème de structure de A^n si A est irréductible.
- définir un graphe planaire, choix de la face infinie.
- exploiter la formule d’Euler formule d’Eule (existence d’un sommet de degré ≤ 5 dans un graphe simple et planaire, non planarité de K_5 et $K_{3,3}$).
- Etre familiarisé aux notions de coloriage (sommets ou faces).