

Matière de l'examen d'algèbre / calcul matriciel – Janvier 2023

- Connaître les définitions d'anneau, corps, champ, les symboles usuels de la théorie des ensembles (inclusion, appartenance, *etc.*)
- Manipuler aisément le symbole sommatoire et les nombres complexes (forme trigonométrique, équations, puissances, racines, *etc.*) apparaissant dans les exercices
- Calcul matriciel "de base" : multiplication par un scalaire, somme, combinaisons linéaires, produit, transposée, matrices symétriques, matrices à coefficients complexes, matrices hermitiennes, sous-matrices, matrices composées
- Exercices des TPs
- Il est attendu que les étudiants connaissent toutes les définitions et énoncés des résultats vus au cours théorique (tant en présentiel qu'en vidéo) et ce même pour les notions non reprises explicitement dans la liste ci-dessous. Par exemple, il n'y a pas de "preuve" sur le rang, mais la notion et les propriétés correspondantes doivent être assimilées.

N'hésitez pas à regarder les examens des dernières années ; des énoncés et/ou correctifs sont disponibles en ligne ! <http://www.discmath.ulg.ac.be/notes1bm.html>

Énoncés pour lesquels **la preuve** peut aussi vous être demandée :

- deux permutations disjointes commutent (IV.1.6)
- signature d'un produit (IV.4.4, IV.4.6)
- nombre de permutations paires/impaires (IV.4.8)
- propriétés de base du déterminant : linéarité, caractère alterné, antisymétrie (V.2.1)
- ajouter une combinaison linéaire à une rangée (V.2.5)
- caractérisation des applications multilinéaires et alternées (V.2.6) et application à $\det(AB)$
- déterminant d'une matrice triangulaire (V.2.7)
- lois des mineurs (V.2.11, V.2.12, pouvoir aussi expliquer la forme matricielle des lois)
- inverse d'une matrice (V.5.6, V.5.8, V.5.9, V.5.10)
- formules de Frobenius-Schur (V.5.11)
- propriétés de base de l'indépendance linéaire (VII.2.1, VII.2.2, cf. pages 60–62)
- théorème de Steinitz (VI.2.3)
- toute partie libre/génératrice est incluse/contient une base (VII.3.5)
- corollaires menant à la dimension (VII.3.6, VII.3.8)
- décomposition unique dans une base, notion de composantes (VII.3.9, VII.3.10)
- changement de bases (p. 130–131)
- théorème de la dimension (VII.5.15)
- somme directe de 2 s.e.v. (VII.5.16, VII.5.17)
- existence et non-unicité d'un supplémentaire (VII.5.20)
- somme de p s.e.v. et somme directe (VII.5.23, VII.5.25)
- systèmes : cas d'une matrice inversible, formules de Cramer (VI.2.3, VI.2.4, VI.4.2 et fin de la section)
- théorème de Rouché et son corollaire (VI.3.3, VI.3.6), pouvoir utiliser la remarque VI.4.1

Courage et bon travail. Il est important de pouvoir justifier ses affirmations.