

Premiers bacheliers en sciences mathématiques
Exercices d'entraînement

1) On considère la permutation

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 7 & 4 & 1 & 2 & 9 & 10 & 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

- Déterminer les éventuels points fixes de μ .
- Décomposer μ en un produit de cycles disjoints.
- Décomposer μ en un produit de transpositions.
- Quelle est la signature de μ ?
- Déterminer la permutation $\mu^2 = \mu \circ \mu$. Quels en sont les points fixes ?

2) On appelle *ordre* d'une permutation ν , le plus petit entier $p > 0$ tel que $\nu^p = id$. Avec la permutation μ donnée ci-dessus, quel est l'ordre de μ ? Déterminez ensuite l'ordre de μ^2 , μ^3 , μ^4 et μ^5 .

3) Trouver l'ordre maximal d'une permutation de \mathcal{S}_{10} . Donner un exemple d'une permutation ayant cet ordre. Pourriez-vous décrire une méthode pour trouver l'ordre maximal d'une permutation de \mathcal{S}_n pour un entier $n \geq 2$ quelconque ?

4) On considère l'application $f : \{1, \dots, 10\} \rightarrow \{1, \dots, 10\}$ définie par

$$f : x \mapsto \begin{cases} x + 5 & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ x - 5 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Démontrer qu'il s'agit d'une permutation de $\{1, \dots, 10\}$.